Mathe Merkheft

1.2 Rechenregeln

Merke! Regeln für die Reihenfolge beim Berechnen des Terms.

- Klammer zuerst
- Potenzrechnung vor Punktrechnung vor Strichzahl

Wenn nur Rechnungen oder nur Strichzahl

- Von rechts nach links

1.3 Regeln zum geschickten rechnen

Mit der K-HoPS – Regel können wir nun den Wert von einem Term berechnen

Manchmal jedoch kann man mit speziellen <u>Rechengesetzen</u> wie das <u>AG, KG und DG</u> besonders geschickt rechnen.

- Kommutativgesetz

  KG+ a+b = b+a
  KG* a*b = b*a

- Assoziativgesetz
  AG+ a+(b*c) = (a+b)+c
  Ag* a*(b*c) = (a*b)*c

- Distributivgesetz
  DG a*(b*c) = a*b+a*c

Plus-Minusklammer

Plusklammerregel: eine Plusklammer kann man weglassen

-8 +(-3+7) = -8-3+7

Minusklammer: eine Minusklammer kann man weglassen, wenn man alle + zu einem – macht und alle – zu einem + macht.

1.4 Terme mit einer Variablen

Merke: Ein Ausdruck wie

2*n 3*a+5 2*x+4+2

Heißt Term mit einer Variablen

Wenn man für die Variable eine Zahl einsetzt dann kann man den Wert des Terms ausrechnen

1.5 Terme umformen

Merke

Man nennt Terme gleichwertig oder äquivalent, wenn man bei jeder Einsetzung von Zahlen in die jeweiligen Terme immer denselben Wert erhält.

Einen Term kann man mit den bekannten rechenregeln in einen anderen gleichwertigen Term umformen bzw. vereinfachen

Bei jeder Umformung erhalt man einen zum Ausgangsterm äquivalenten Term solche Umformungen heißen Äquivalenzumformung.

1.6 Vereinfachen von Produkten

Merke

1. Es gilt das KG: 2*(4*x) = (2*4)*x
2. Es gilt das AG: 2*(4*x) = (2*4)*x

Hinweis statt 4*x schreibe 4x
Statt 1*a schreibe a

1.7 Distributivgesetz bei Termen mit einer Variablen

Merke (Fortsetzung von Merke 1.6)

3. Es gilt das Distributivgesetz
    - Terme wie 5*(x+3) können ausmultipliziert werden
    - Terme wie 6x+18 können durch Ausklammern in Produkte umgeformt werden 6x+18 = 6*(x+3)

Auch bei Termen mit einer Variablen gelten natürlich die Plus-Minusklammer

Kapitel 2

Geometrische Figuren konstruieren

Wiederholung

Punkte werden mit großen Buchstaben notiert
Geraden werden mit kleinen Buchstaben notiert

Eine Gerade besteht aus unendlich vielen Punkten. Sie hat kein Anfang und kein Ende.

Eine Strecke von einem Punkt P zu einem Punkt Q wird mit PQ bezeichnet. Eine Strecke hat den Anfangspunkt P und den Endpunkt Q.

Merke: Der Abstand zweier Punkte P und Q ist die Länge der Verbundungs Strecke PQ

Merke: Die kürzeste Entfernung zwischen einem Punkte P und einer Geraden g ist das Lot von P auf g. Das Lot ist orthogonal zur Geraden.

Merke: Der Abstand eines Punktes P zu einer geraden g ist die Länge des Lots von P auf G.

Merke: Der Abstand zweier parallelen Geraden g und h ist die Länge des Lots von einem Punkt P zu einer Geraden zur anderen Geraden.

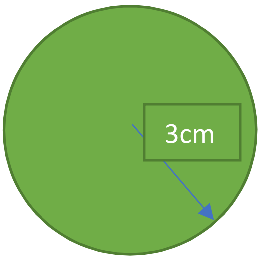
2.1 Abstände von Punkten und Geraden – Ortslinien

Wir haben bisher also Abstände gemessen Nun wird die Situation umgekehrt. Es ist nun ein Abstand vorgegeben und es werden die Punkte gesucht, die diesen Abstand haben Diese Punkte bilden dann eine sogenannte Ortslinie.

Ortslinien werden bei geometrischen Konstruktionen benötig

- ### Gegeben: Punkt und Abstand

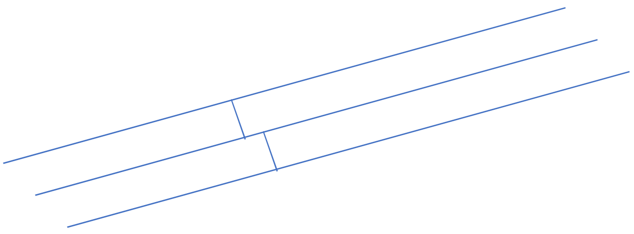
  Gesucht sind alle Punkte, die von einem Punkt den Abstand 3cm haben



Merke: Ortslinie Kreis Alle Punkte, die von einem Punkt P einen vorgegebenen Abstand haben, liegen auf einem Kreis mit Mittelpunkt P.

- ## Gegeben: Gerade und Abstand

  Gesucht sind alle Punkte, die von einer Geraden g denselben Abstand zu einander haben.

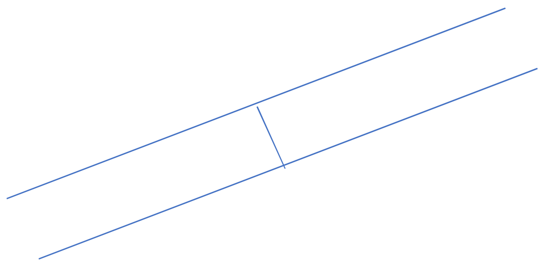


Merke: Ortslinie Paralellenpaar

Alle Punkte die von einer Geraden g einen vorgegebenen Abstand haben auf einem Paralellenpaar zu g.

- ## Gegeben Parallelenpaar

  Gesuch sind alle Punkte, die denselben Abstand haben zu den beiden parallelen Geraden g und h haben.

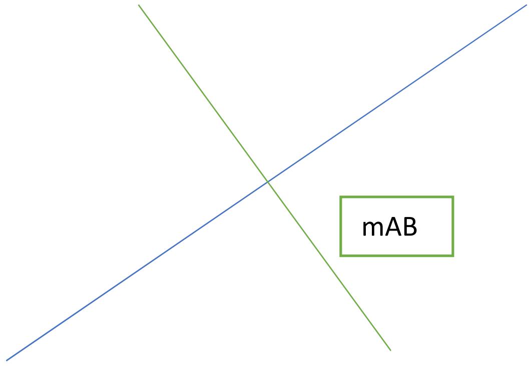


Merke: Ortslinie Mittelparallele

Alle Punkte, die von parallelen Geraden g und h den gleichen Abstand haben liegen

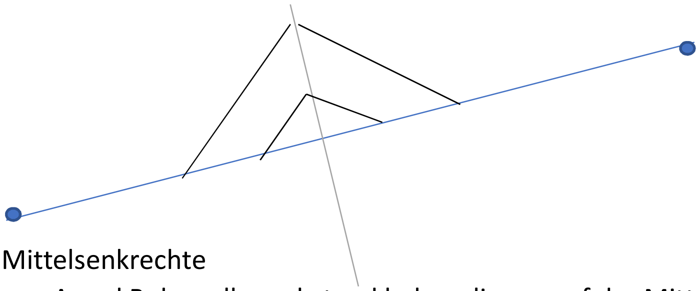
2.2 Die Mittelsenkrechte

Gegeben ist die Strecke AB. Die Mittelsenkrechte mAB ist eine Gerade die durch den Mittelpunkt der Strecke AB geht und orthogonal zur Strecke AB ist



- ### Gegeben zwei Punkte A und B

  Gesucht sind alle Punkte, die von A und b denselben Abstand haben



Merke Ortslinie Mittelsenkrechte
Alle Punkte, die von A und B denselben abstand haben, liegen auf der Mitte mAB.

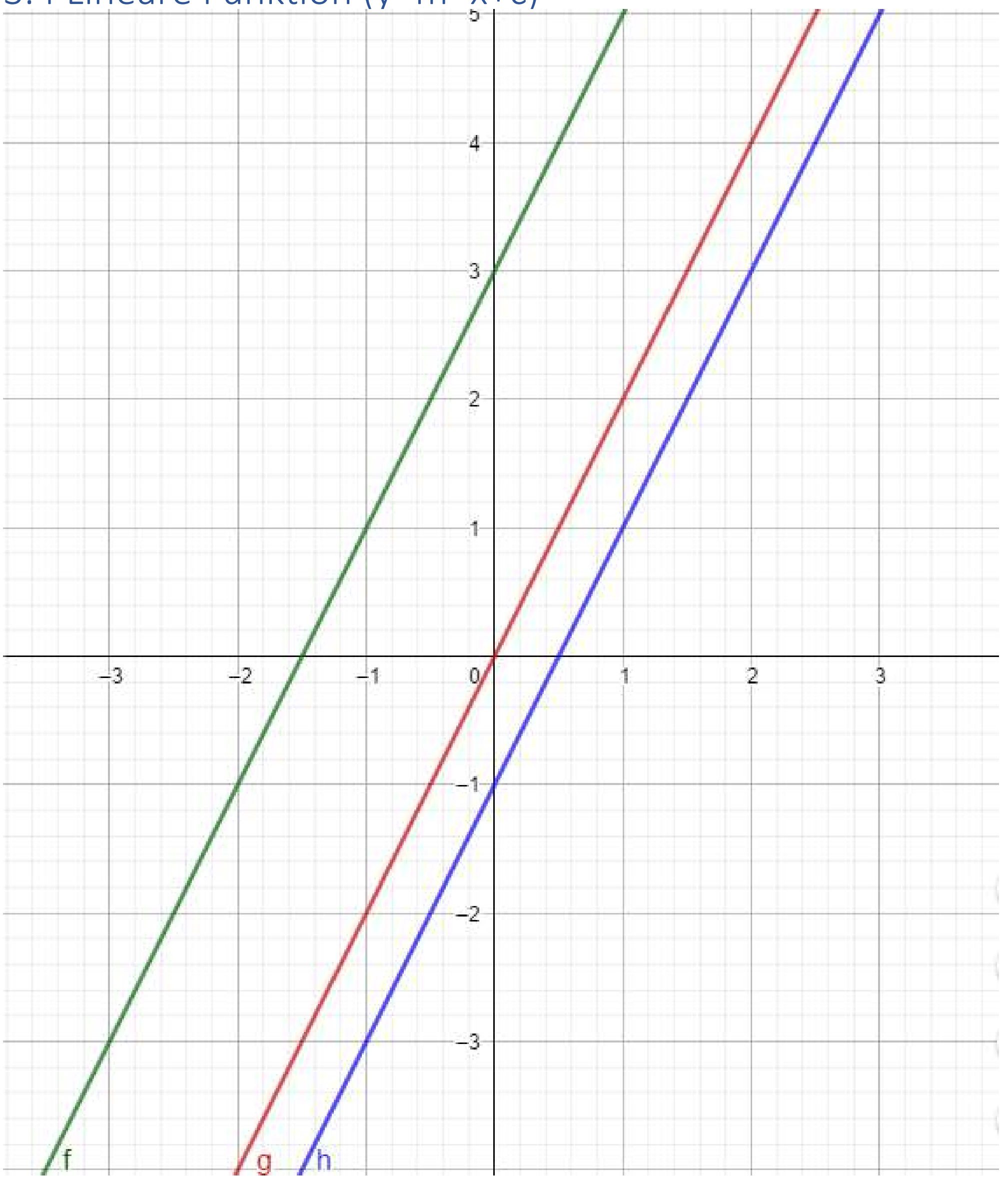
Konstruktions Beschreibung

- Beschreibe die Konstruktion einer orthogonalen zu einer geraden g.

  Gegeben ist eine Gerade g

Wähle einen Punkt P auf der Geraden Q auf g. Zeichne einen Kreis um Q mit Radius größer als die hälfte der Länge PQ Zeichne einen Kreis um P mit demselben Radius. Die Kreise schneiden sich in S1 und S². Zeichne eine Gerade durch S1 und S². H ist die orthogonale zu g

3.4 Lineare Funktion (y=m*x+c)



- Der Graph von y=2x+3 entsteht aus der Geraden g durch Verschiebung um 3 in y-Richtung
- Der Graph von y=2x-1 entsteht aus der Geraden g durch Verschiebung um 1 in y-Richtung

Das heißt:

Die Geraden h und f gehen nicht mehr durch den Ursprung (0|0)
Die Gerade f geht durch den Punkt p(0|3)
Die Gerade h geht durch den Punkt P(0|1)

Merke: Eine Funktion der Form y=m*x+c heißt lineare Funktion. Der Graph einer Linearen Funktion ist eine Gerade.

Die Steigung der Gerade ist m. Die Gerade geht durch den Punkt P(0|C) c heißt y-achsenabschnitt (durch welchen punkt die gerade geht)

C > 0 verschiebung in y-Richtung nach oben

C < 0 verschiebung in y-Richtung nach unten

Beispiel 1 Geraden zeichnen

Gegeben sind die Geraden g,h und i mit

G: Y= -x+1

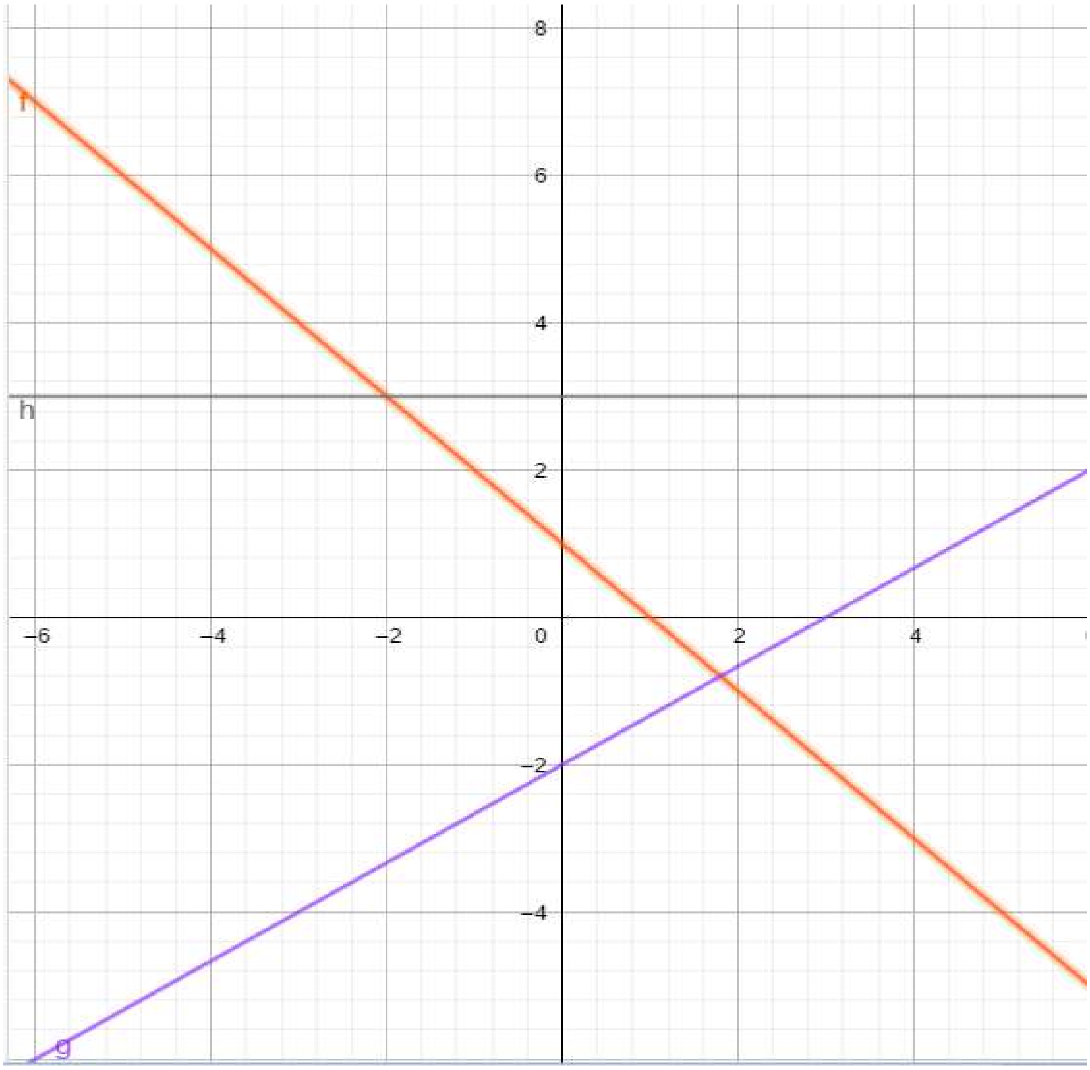
H: Y= $\frac{2}{3}$x-2

I: Y= 3

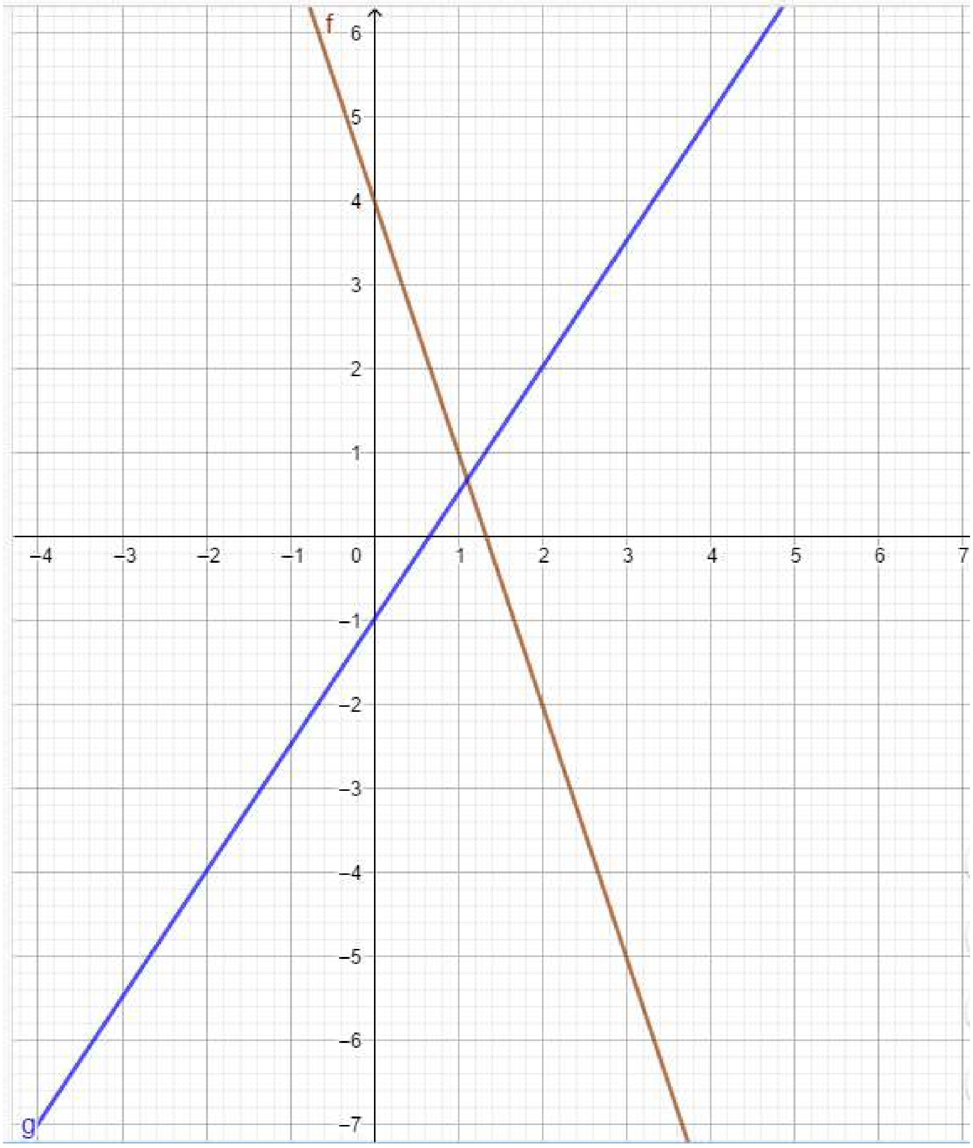
a) Gib die Steigung m und den y-achsenabschnitt der Geraden an
b) Zeichne die Geraden in ein gemeinsames Koordinatensystem.

a) G: m=-1 / c=1 h: m=$\frac{2}{3}$ / c=-2 i: m=0 / c=3

b)



Beispiel 2 Geradengleichung bestimmen



F: c=4 / m=-3 Damit g: y= -3x+4

G: c=--1 / m= $\frac{3}{2}$ Damit h: y=$\frac{3}{2}$x-1

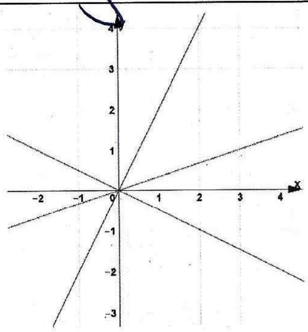
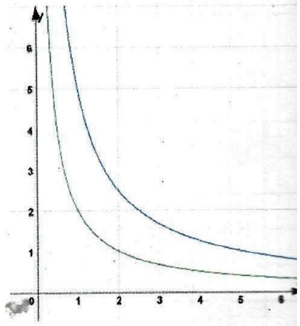
Beispiel 3 Punktprobe

Liegen die Punkte auf der Geraden g mit der Gleichung g: y= 3x-2?

Lösung:

A (2|3): Setze x= 2 ein in y= 3x-2
Y= 3*2-2= 4
Y-KOO: 3 A liegt nicht auf g

B (8|22) Setze x= 8 in Y= 3x-2 ein
Y= 3.8-2=22
Y-KOO= 22 B liegt auf g

	Proportionalität	**Antiproportionalität**
1	dem { 2-fachen, 3-fachen, 4-fachen } von x (1. Größe) entspricht dem { 2-fachen, 3-fachen, 4-fachen } von y (2. Größe)	dem { 2-fachen, 3-fachen, 4-fachen } von x (1. Größe) entspricht dem { 1/2-fachen, 1/3-fachen, 1/4-fachen } von y (2. Größe)
	dem { 1/2-fachen, 1/3-fachen, 1/4-fachen } von x (1. Größe) entspricht dem { 1/2-fachen, 1/3-fachen, 1/4-fachen } von y (2. Größe)	dem { 1/2-fachen, 1/3-fachen, 1/4-fachen } von x (1. Größe) entspricht dem { 2-fachen, 3-fachen, 4-fachen } von y (2. Größe)
2	Je mehr desto mehr Je weniger desto weniger	Je mehr desto weniger Je weniger desto mehr
3	Zusammenhang von x und y ist $y = m \cdot x$ Damit ist der Graph eine Ursprungsgerade. 	Der Graph ist eine Kurve. Der Verlauf des Graphen ist in etwa so: 
4	Der Quotient $\frac{y}{x}$ proportionaler Wertepaare ist immer gleich groß.	Das Produkt $x \cdot y$ antiproportionaler Wertepaare ist immer gleich groß.

Beispiel 4:

Die Stadtwerke bieten verschiedene Wassertarife an. Ein Tarif ist im Kasten beschrieben.

a) Gib zu diesem Tarif eine Vorschrift an, die dem Wasserverbrauch (in m³) die Kosten (in €) zuordnet. Ist die Zuordnung proportional?

b) Wie viel ist in diesem Tarif in einem Jahr zu bezahlen, wenn durchschnittlich 0,8 m³ pro Tag verbraucht werden?

c) Wie viel muss in diesem Tarif eine vierköpfige Familie bezahlen, wenn man pro Person von einem täglichen Verbrauch von 120 Litern ausgeht?

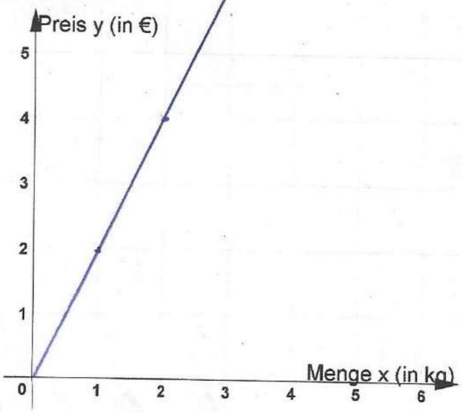
Beispiel 2

Jonas kauft mit deinem Vater auf dem wöchentlichen Markt Bio-Äpfel. Ein Kilogramm Bio-Äpfel kostet 2€.

Menge x (in kg)	0,5	1	1,5	2
Preis y (in €)	1	2	3	4

Vorschrift: $y = 2 \cdot x$

proportionaler Zusammenhang



Beispiel 3

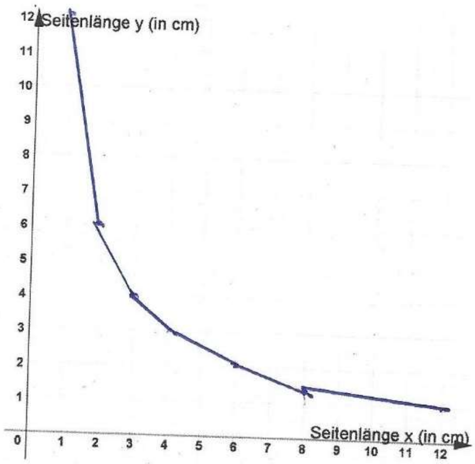
Die Tabelle zeigt mögliche Seitenlängen für ein Rechteck mit einem Flächeninhalt von $12cm^2$.

Seitenlänge x (in cm)	1	2	3	4	6	8	12
Seitenlänge y (in cm)	12	6	4	3	2	1,5	1

Vorschrift: $x \cdot y = 12$

$y = \frac{12}{x}$

antiproportionaler Zusammenhang



Kapitel 4

Lineare Gleichungen

Gleichungen wie z.B.

8x=3x+2

-n+5=4

2y+5=y+2

Heißen lineare Gleichungen. Gleichungen, bei denen die Variable auch mit einer Potenz auftritt sind <u>keine</u> Linearen Gleichungen

4.1 Lösen einer Gleichung

Merke Gegeben sei z.B. die Gleichung *2x+1=4x-1*
Setzt man für die Variable x den Wert 1 ein (also x=1), so haben die Terme auf beiden Seiten des Gleichheitszeichen denselben Wert:

2*1+1=3

4*1-1=3

Man sagt: x=1 ist eine Lösung der Gleichung.

4.2 Äquivalenzumformung von Gleichungen

Oft kann man Gleichungen nicht mehr durch Ausbrobieren lösen. Daher braucht man eine einfache mathematische Methode.

Man kann (lineare) Gleichungen in wenigen Schritten systematisch lösen: Äquivalenzumformung

Stelle dir eine Gruppe von 7 gleich großen und vor allem gleich schweren Hunden vor. Jeder der Hunde wiegt genau 4kilo. Außerdem gibt es eine Gruppe von 6 gleich großen ebenfalls gleich großen und schweren Katzen. Leider wissen wir nicht, wie schwer die Katze ist, aber wir können dies herausfinden.

X steht für das Gewicht der Katze in kg. Die Balkenwaage ist ausgeglichen

4.4 Lineare Gleichungen Teil 2

Lineare Gleichungen mit Brüchen

Löse die Gleichung $\frac{2}{3}y+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

1. Möglichkeit = Gleichung so umformen dass keine Brüche mehr vorkommen